Lösungsvorschläge zum Abitur Bayern 2019

Keine offiziellen Lösungen, keine Garantie auf Vollständigkeit, Korrektheit etc.

Teil B, Stochastik, Aufgabengruppe I ***Ausflugsschiff***

Aufgabe 1

Definiere Ereignisse:
J : Fahrgast ist Jugendlicher
E : Fahrgast isst ein Eis
Im Text gegeben sind die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

- $P(E) = \frac{1}{2}$
- $P_{\bar{J}}(E) = \frac{1}{3}$
- $P_J(E) = \frac{3}{4}$

Gesucht ist $P(\bar{J})$. Es gilt:

$$P(E) = P(J) \cdot P_J(E) + P(\bar{J}) \cdot P_{\bar{J}}(E)$$

Weil $P(J) = 1 - P(\bar{J})$ gilt, folgt:

$$P(E) = \big(1 - P(\bar{J})\big) \cdot P_J(E) + P(\bar{J}) \cdot P_{\bar{J}}(E)$$

Setzt man alle bekannten Wahrscheinlichkeiten ein, ergibt sich:

$$\frac{1}{2} = \big(1 - P(\bar{J})\big) \cdot \frac{3}{4} + P(\bar{J}) \cdot \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{3}{4}P(\bar{J}) + \frac{1}{3}P(\bar{J}) \Leftrightarrow -\frac{1}{4} = -\frac{5}{12}P(\bar{J}) \Leftrightarrow P(\bar{J}) = \frac{3}{5}$$

Damit ist der Anteil der Erwachsenen $\frac{3}{5}$. Von 60 Passagieren sind das 36.

Aufgabe (2a)

Dass die Zufallsgröße binomialverteilt ist, ist eine vereinfachende Annahme z.B. deshalb, weil Paare häufiger Tickets für Ausflugsschifffahrten buchen, als beispielsweise Einzelpersonen. Dies könnte sich insofern auf die Wahrscheinlichkeit des Nichterscheinens von Personen auswirken, als dass geradzahlige Personenanzahlen höhere Wahrscheinlichkeiten aufweisen, aus ungeradzahlige.

Anmerkung Hier sind natürlich zahlreiche alternative Beantwortungen der Frage möglich.

Aufgabe (2b)

Zu bestimmen ist die Wahrscheinlichkeit, dass keine Person mit Reservierung abgewiesen muss. Das bedeutet, dass bei 64 Reservierungen und 60 verfügbaren Plätzen **mindestens** 4 Personen nicht erscheinen. Die kumulative Wahrscheinlichkeit wird dabei aus der der Aufgabenstellung angefügten zusätzlichen Tafel abgelesen.

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - B(n = 64; p = \frac{1}{10}; X \leq 3) \approx 1 - 0,10629 = 0,89371 \approx 89,4\%$$

n	k	p = 0,10	p = 0,11	p = 0,12	p = 0,13	p = 0,14	p = 0,15	p = 0,16	p = 0,17
64	0	0,00118	0,00058	0,00028	0,00013	0,00006	0,00003	0,00001	0,00001
	1	0,00956	0,00514	0,00272	0,00142	0,00073	0,00037	0,00019	0,00009
	2	0,03891	0,02290	0,01321	0,00748	0,00417	0,00228	0,00123	0,00065
	3	0,10629	0,06827	0,04277	0,02620	0,01572	0,00924	0,00533	0,00302
	4	0,22047	0,15377	0,10425	0,06886	0,04439	0,02797	0,01725	0,01043
	5	0,37271	0,28059	0,20485	0,14534	0,10040	0,06763	0,04450	0,02863
	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Aufgabe (2c)

Das Ereignis, dass mindestens eine Person mit Reservierung abgewiesen muss, bedeutet, dass höchstens 3 Personen nicht erscheinen. Wir suchen also ein p auf ganze Prozent genau, sodass gilt:

$$B(n = 64; p; X \leq 3) \leq 1\%$$

Da der Wert nur auf ganze Prozent, d.h. auf Hundertstel, genau sein soll, genügt es, in der angefügten Tabelle für die kumulativen Wahrscheinlichkeiten die Zeile für $k = 3$ durchzugehen. Man sieht, dass ab der Spalte $p = 0,15$ der Wert dort kleiner gleich $0,01$ ist. D.h. $p = 0,15$ ist die Lösung.

Aufgabe (2d)

Die Nullhypothese lautet $H_0 : p \leq 10\%$. Diese soll auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 5\%$ getestet werden. Der Annahmebereich lautet $A = \{0, \ldots, k\}$, der Ablehnungsbereich $\bar{A} = \{k+1, \ldots, 200\}$. Durch die Festlegung des Signifikanzniveaus wird der Fehler 1. Art, also die Wahrscheinlichkeit trotz Geltens der Hypothese im Ablehnungsbereich zu landen, klein gehalten. Es soll also gelten $P(\bar{A}) \leq 5\%$. Der Ansatz lautet also:

$$B(n = 200; p = 0,1; X > k) \leq 0,05 \Leftrightarrow$$

$$1 - B(n = 200; p = 0,1; X \leq k) \leq 0,05 \Leftrightarrow$$

$$B(n = 200; p = 0,1; X \leq k) \geq 0,95$$

Nachschlagen im Tafelwerk liefert $k = 27$. Damit lautet der Annahmebereich $A = \{0, \ldots, 27\}$, der Ablehnungsbereich $\bar{A} = \{28, \ldots, 200\}$.

Aufgabe (2e)

Die Wahrscheinlichkeit, fälschlicherweise davon auszugehen, dass die Wahrscheinlichkeit größer als 10% ist, dass eine Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, wird gering gehalten. Man möchte also den Anteil der nicht erscheinenden Passagiere nicht fälschlicherweise zu hoch einschätzen. Dies deutet auf das Interesse hin, wenig freie Plätze zu haben.

Aufgabe (2f)

Der Fehler 2. Art ist, dass die Nullhypothese $p \leq 0,1$ angenommen wird, wenngleich die Wahrscheinlichkeit, dass ein Passagier nicht erscheint, größer als 10% ist. Es werden auf lange Sicht mehr Plätze als erwartet leer bleiben.